

250 Transformation de Fourier, Applications

Plan:

I. Transformée de Fourier dans L^1

a) Définitions et premières propriétés CELAM3C203

des formelles de la TF p. 40 [ELAM]

diretă de ℓ_c^∞ către L^p p. 330 CQR3

- dim/deg de $\tilde{S} + S$ linéaire continue + $\text{deg } \tilde{S} + \text{cc} + \text{TF translation}$, symétrique -- + TF fct paire/impaire + $S(f(x))$ + TF fct radiale

p. 40 - 43 CELAM

b) Convolution, transformée de Fourier et conséquences

• $f \circ g = \hat{f} \hat{g}$ + peu d'unité pour $*$ p. 142 EELAND

$\mathcal{S}(e^{a_2})$ p. 112 + formule dualité + $\mathcal{S}$ injective p. 115 [CRAM] DEM

Recor. $f * e^{-2|z|} = e^{-3|z|} + \text{formule d'inversion} + \text{my auto-morphisme}$
 $\text{sur } \{f \in L^1\} \{g \in L^1\} + \hat{f}g = \frac{1}{2\pi} \hat{f} * \hat{g}$ p. 115-118 ELIAS

• $\exists$ map surjective $p: \mathcal{M}(\mathbb{Z}) \rightarrow \mathbb{Z}$ dense dense to $p: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$

$$\hat{g}'(\xi) = \hat{u} \sum_{j=1}^n \hat{g}(\xi_j) + \hat{g}'(\xi) = -15(2g)(\xi) \quad p. 120-122 \text{ [ELAM]}$$

II. Transformée de Fourier dans L^2 et l'espace de Schwarz

a) Transformée de Fourier dans L^2 (CEAM)

+ blabla $L^2 \otimes L^1$ et i^2 vient — + Formule de Riemann-Roch-Poincaré
 + rmg sur écriture p.d. + appli $\int_{\mathbb{R}} \frac{\sin^2(t)}{t^2} dt = \pi$ + thm $\exists (q_n) \in L^1 \cap L^2 \dots$

+ def TF dans L^2 + rmy sur: ppt concorde, δ et $\mathbb{E}_2$ coïncident que
 sur L^2 + formule intégrale aucun sens pour $f \in L^2$ + prop.

$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i x \xi} dx \xrightarrow{1.12} \hat{f} + \text{cor. si } f \in L^2 \text{ et } \hat{f} \in L^1 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2\pi} \int \dots$
 + formule dualité p. 122-127 [ELAM]

b) Convolution et transformée de Fourier L^2 ERLANG

my ser prq convert ek demo L^2 ($\|f \times g\|_\infty \leq \|f\|_2 \|g\|_2$)

• thm: $f \times g = \frac{1}{2\pi} \overline{f \cdot \bar{g}}$ et $\widehat{f \times g} = \frac{1}{2\pi} \widehat{f} * \widehat{g} + \text{rang} = f \times g \in \mathcal{C}_0$ mais on
sait pas si $f \times g \in L^1$ on ne peut pas alors de $\widehat{f \times g} + \text{prop } f \in L^2, g \in L^2$
 $f \cdot \bar{g} = -\alpha f \times g = \dots$ + D auto morphisme p. 127-130 ZELAND

c) Transformée de Fourier dans l'espace de Schwartz [20 AM]

def fct à $\downarrow$ rapide + donner ex. + rmq sur le blage des fct + $f \in L^1$ et $\downarrow$ rapide
 $\rightarrow f \in C^\infty$ + si $f \in C^\infty$ et $f^{(k)} \in L^1 \rightarrow \hat{f}$ $\downarrow$ rapide + rmq qui suit +
 des $S(\mathbb{R})$ + rmq sur $S(\mathbb{R})$ + $D(\mathbb{R}) \subset S(\mathbb{R})$ + toutes les pps de stabilité
 + $S(\mathbb{R})$ stable pour TF + $\mathcal{F}$ bijective l'écriture dans $S(\mathbb{R})$ p132-136 Lemaire

III - Applications

a) Transformée de Fourier et probabilités (20)

def let car + req: Inj TF $\rightarrow P_X = P_Y$ $\Leftrightarrow \phi_X = \phi_Y + X$ a derivatō pabro

$$f(a) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ita} f_X(t) dt \quad p. 506 \text{ (20)}$$

• Def cv on $\mathbb{R}^n$ + Herm Levy p-SFA + TCL p-SFA (30) DEV2

b) Formule sommatoire de Reissner LEBANS

Formule sommatoire de Poisson, 213

c) Equation des cordes vibrantes ELAM

resolution p dat CELAND

References:

ZELANZ: El Amrani, Analyse Factorielle

[20] Ziegler-Quappeler, Analysis of

ETS: Li, Analyse funktioneller

Comments:

- faut que je revise demo TF dans L^2

- Dans **ELANI** il est dit que S_2 est continue, mais faut bien def. la topo avec les semi-normes etc..

Mon conjecture de $\mathbb{S}$ se fait à la main aussi, regarde $\mathbb{S}$ par fct paire + prendre une fonction qui est pas intégrable de la forme des fct de Bertrand (s'en détache un peu + dans mon dev-1) sinon ça repasse sans thm appliquée.